

# 社会保障とマクロ経済学

## — 世代重複モデル入門 —

山田知明

明治大学

tyamada@meiji.ac.jp

2018年11月13日@METI(アップデート版)



# 目次

背後にある経済・社会問題

代表的個人モデル

世代重複モデル

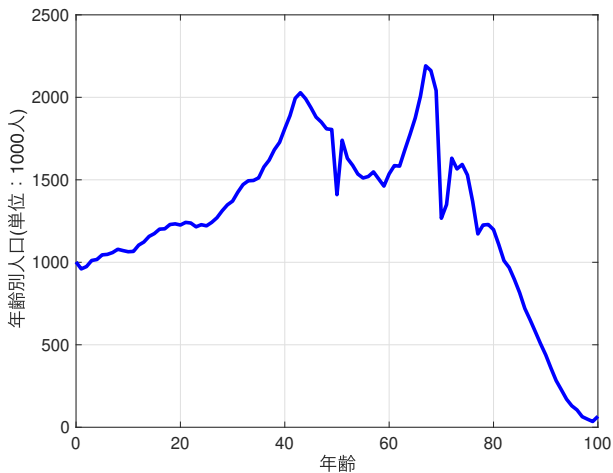
数値計算

参考文献

# 日本が直面する経済・社会問題 (1)

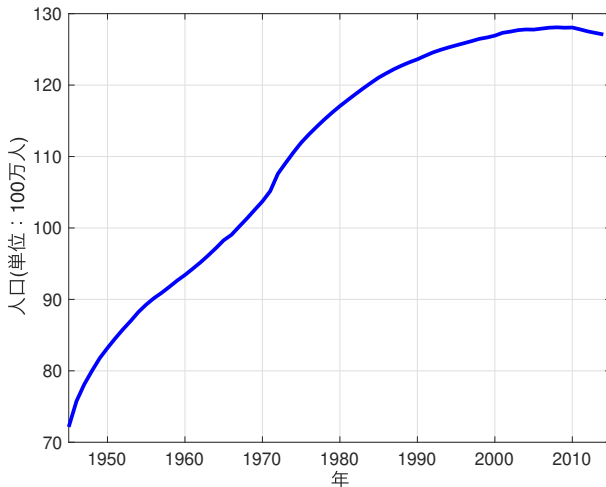
- 少子高齢化＝少子化＋高齢化
- 合計特殊出生率
  - “一人の女性が生涯で平均的に生む子供の数”
  - 1.76(1985年)⇒ 1.42(1995年)⇒ 1.26(2005年)⇒ 1.45(2015年)
    - 人口置換水準：およそ 2.07
- 団塊の世代 (団塊 Jr) の一斉退職に伴う人口バランスの変化
- デフレ傾向にも影響? ⇐ 金融政策

# 人口分布：2016年



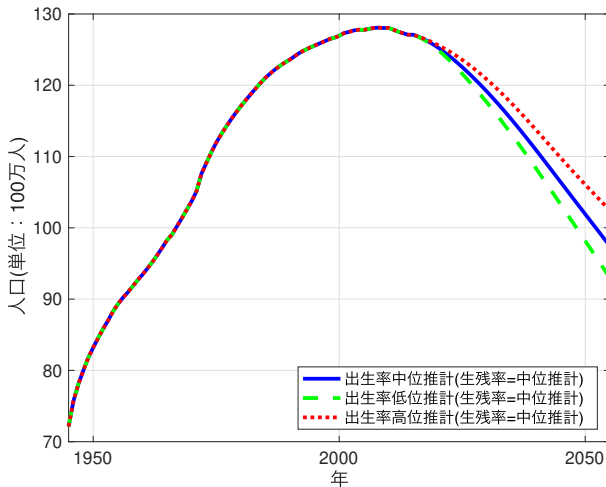
- 国勢調査より作成

# 日本の総人口：1945年-2015年



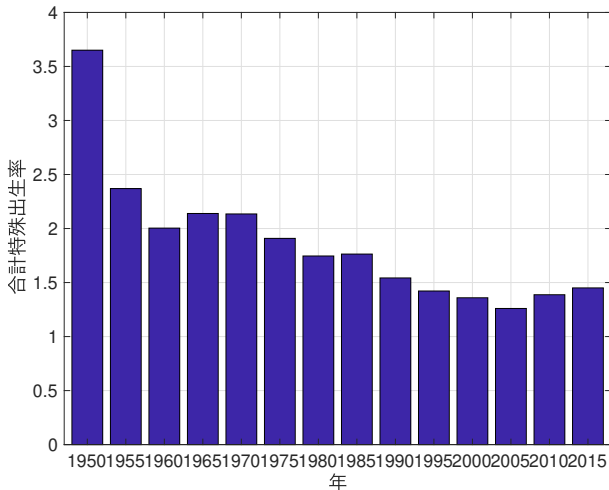
- 国勢調査より作成

# 将来人口予測



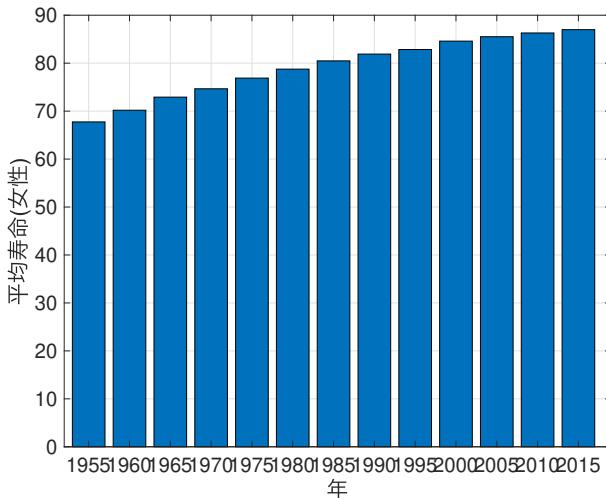
- 国立社会保障・人口問題研究所「日本の将来推計人口」

# 合計特殊出生率



- 国立社会保障・人口問題研究所「人口統計資料集」

# 平均寿命：女性



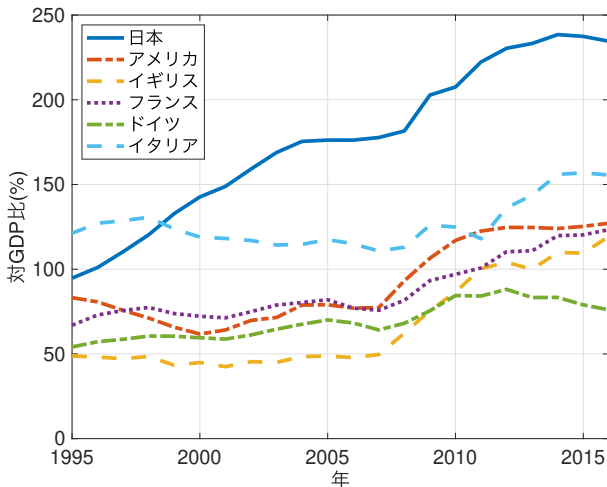
- 国立社会保障・人口問題研究所「人口統計資料集」



# 日本が直面する経済・社会問題 (2)

- 社会保障制度
  - 公的年金
  - 医療
  - 介護
- 基本的に賦課方式 (Pay-as-you-go) 方式で運営
  - 現役世代が引退世代を支える仕組み
  - 世代間の移転を伴う = 人口バランスの影響を受ける
- 累積債務問題

# 累積債務問題

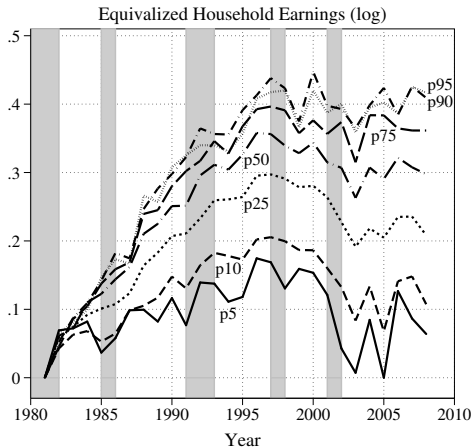


- データ：OECD

# 日本が直面する経済・社会問題 (3)

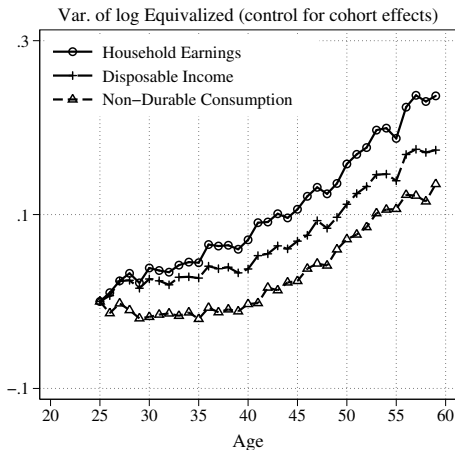
- 格差問題への関心の高まり
  - トマ・ピケティ (2014) 『21世紀の資本』:  $r > g$
- 世代間格差
  - 社会保障制度の負担と給付は世代間で平等にはなっていない
    - マクロ経済スライドのような調整メカニズムは一応ある
  - ロストジェネレーションと世代効果
  - 世代会計 (Generational Accounting)
- 世代内格差
  - 賃金・所得・資産・消費の格差
  - 最適税制
- 経済格差  $\Leftrightarrow$  マクロ経済

# 日本の経済格差



- Lise et al. (2014), Table 4.6

# 世代内格差



- Lise et al. (2014), Table 5.5

# 日本が直面する経済・社会問題 (4)

- 変化するライフスタイル
  - 晩婚化・未婚化 ⇒ 少子化
  - 女性の労働参加
- 日本的雇用慣行の変化
  - 正規労働、非正規労働 (派遣、契約社員、フリーター etc.)
  - 賃金プロファイルのフラット化

# 分析ツールが必要！

# 講義の全体像

1. 世代重複モデルのイメージをつかむ (今日)
2. 数値計算入門
3. Auerbach and Kotlikoff モデル
4. 世代内の異質性、経済格差と社会保障制度分析



# 講義の目的・ゴール

1. 簡単なモデルを使って自分の手で動かしてみる
  - プログラミング言語：Matlab、Python、Julia etc.
2. 新しい論文を読めるようになる ≠ 書ける
3. フロンティアの研究でどんな事が行われていて、何がホットイシューになっているのか？
  - 新しい研究ネタは大歓迎です！

# 現代のマクロ経済学

- 現代のマクロ経済学 ≈ 動学的一般均衡モデル
  - 動学的 (Dynamic) : 将来を織り込んで行動
  - 確率的 (Stochastic) : 将来は不確実
  - 一般均衡 (General Equilibrium) : 様々な市場が同時に均衡
  - **DSGE モデル**と呼ばれている
- ケインズ経済学的な要素 (価格硬直性) を含んだモデルを**ニューケインジアン DSGE モデル**と呼ぶ
  - 中央銀行などで利用 : 批判もあり
  - DSGE モデルが全て “ニューケインジアン” なわけではない

# 第1のワークホースモデル

# 代表的個人モデル

- 上級マクロ経済学のスタート地点
  - 代表的個人 (Representative Agent) モデル : RA モデル
  - Ramsey モデル、最適成長モデル etc.
- 理由 (1)
  - ルーカス批判 : マクロ経済学のミクロ的基礎付け
    - 政策分析に家計や企業の意思決定を織り込む
    - ゲーム理論、契約理論 etc.
    - 例 : 金融政策、消費税導入 etc.
- 理由 (2)
  - 様々なタイプの家計・企業が混在すると分析が困難になる
  - 完備市場を仮定 : Huang and Litzenberger (1988)
  - 後ほど仮定を緩める
    - 異質な個人 (heterogeneous agent) モデル

# 代表的個人モデル (続き)

- 家計の効用最大化問題：ロビンソン・クルーソー

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

- $t$  期の予算制約

$$c_t + k_{t+1} = w_t n_t + (1 + r_t) k_t,$$

$$k_0 \text{ given.}$$

- $c_t$  : 消費、 $k_t$  : 資本 (貯蓄)、 $n_t$  : 労働、 $\beta \in (0, 1)$  : 割引因子
- $w_t$  : 賃金、 $r_t$  : 利子率

## 代表的個人モデル (続き)

- 集計変数 :  $k_t = K_t$ 、  $n_t = L_t$
- 生産サイド

$$y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

- 要素価格 (利子率・賃金) : 限界生産性から決定

$$r_t = A_t \alpha K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha}$$

$$w_t = A_t (1 - \alpha) K_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

- $A_t$  : 全要素生産性 (TFP; Total Factor Productivity)
- $\alpha$  : 資本分配率
- 最適成長 (貯蓄) モデルのひな形

# 代表的個人モデルのバリエーション

- 労働供給を加えると

$$\max \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, n_t)$$

- RBC(Real Business Cycle) モデル
  - 確率的な  $A_t$  の変動が景気循環を引き起こす

$$\ln A_{t+1} = \lambda \ln A_t + \varepsilon,$$
$$\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

# 代表的個人モデルのバリエーション (続き)

- 価格・賃金の硬直性
  - ニューケインジアンモデル
  - 財政・金融政策の分析などに使う
- 人的資本蓄積、R&D
  - 内生的経済成長モデル
  - 経済成長、貧困、経済発展などを対象
- サーチ理論
  - 失業問題
- 資産価格理論や国際経済学など、応用例は多岐に及ぶ



# 代表的個人モデルの利点・問題点

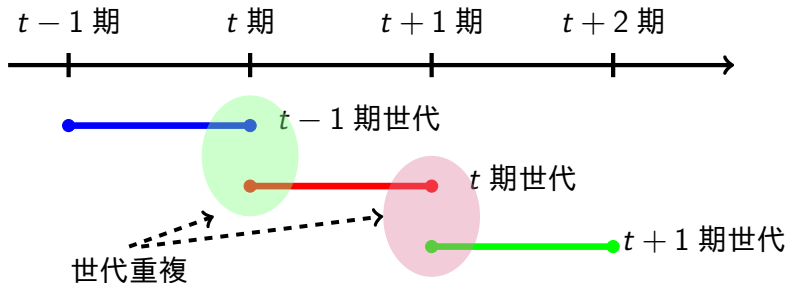
- 利点
  - 扱いやすい (数学的に)
  - 拡張性・応用可能性が高い
- 問題点
  - 冒頭で紹介したような経済問題の分析には向いていない
    - 例 (1) : 一人しかいないので社会保障のような再分配政策を扱えない
    - 例 (2) : 人口動態の影響 : 特に人口バランスの崩れ
    - 例 (3) : 経済格差
  - 注意 : 絶対に扱えないわけではない (あくまで不向き)

# 第2のワークホースモデル

# 世代重複モデルのイメージ

- 時間は無限だが人生は有限
  - 世代重複 (Overlapping Generations) モデル : OLG モデル
- 人生を 2 期間に分ける
  - 若年期 (Young) と老年期 (Old)
- 若年期の特徴 (の一例)
  - 労働供給を行う
  - 所得税や各種社会保障に伴う保険料を支払う
  - 資産はこれから貯める
  - 教育を受ける (人的資本蓄積)、結婚・出産など
- 老年期の特徴 (の一例)
  - 引退期なので、原則的には働かない
  - 年金を受け取る (医療、介護も)
  - 資産を保有していて、切り崩して生活

# 世代重複モデルのイメージ (続き)



# 世代重複モデル

- 世代重複モデルの定式化： $t$  期世代の目的関数

$$\max u(c_t^Y) + \beta u(c_{t+1}^O)$$

- 生涯予算制約

$$c_t^Y + a_{t+1} = (1 - \tau_t) w_t n_t,$$

$$c_{t+1}^O = ss_{t+1} + (1 + r_{t+1}) a_{t+1}.$$

- $c_t^Y$ ：若年期の消費、 $c_t^O$ ：老年期の消費、 $a_t$ ：貯蓄
- $\tau_t$ ：社会保険料率、 $ss_t$ ：年金

# 世代重複モデル (続き)

- 生産サイド
  - 総資本： $a_t = K_t$
  - 総労働： $n_t = L_t$
- 生産に投入

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

- 政府の予算制約 (賦課方式)

$$\tau w_t n_t \mu_t = s s_t \mu_{t-1}$$

- $\mu_t$  :  $t$  期世代の人口

# 世代重複モデルの特徴

- 人生の局面を明示化
  - 若い頃は働いて稼ぐ
  - 老後のために貯蓄
  - 引退後は年金生活 ⇒ 社会保障制度をモデル化
  - 貯蓄を切り崩す
  - 寿命があるので資産を使い切る
    - 遺産を導入することも可能

- 消費関数論争

- ケインズ型消費関数

$$C = c_0 + c_1 Y$$

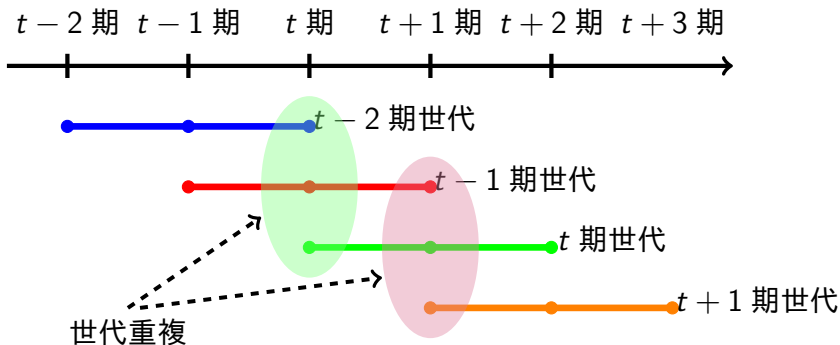
- 恒常所得仮説 : RA モデル & OLG モデル
- ライフサイクル仮説 : OLG モデル

# ライフサイクルモデル

- 2 期間生存する OLG モデルから様々な分析結果を得てきた！
  - Barro (1974)
  - Song, Storesletten and Zilibotti (2012)
  - 教科書：Azariadis (1993)、Farmer (1999)、Tvede (2010) など
- でもやはり現実的ではない部分はある
  - 1 期間は 30 年位？
  - 現実に近づける



### 3 期間モデルのイメージ



### 3 期間モデル

- 目的関数

$$\max u(c_t^Y) + \beta u(c_{t+1}^M) + \beta^2 u(c_{t+2}^O)$$

- 予算制約

$$\begin{aligned} c_t^Y + a_{t+1}^Y &= (1 - \tau_t) w_t n_t^Y, \\ c_{t+1}^M + a_{t+2}^M &= (1 - \tau_{t+1}) w_{t+1} n_{t+1}^M + (1 + r_{t+1}) a_{t+1}^Y, \\ c_{t+2}^O &= s s_{t+2} + (1 + r_{t+2}) a_{t+2}^M. \end{aligned}$$

### 3 期間モデル (続き)

- 生産サイド

- 総資本： $a_t^Y + a_t^M = K_t$

- 総労働： $n_t^Y + n_t^M = L_t$

- 生産に投入

$$Y_t = A_t K_t^\alpha L_t^{1-\alpha}$$

- 政府の予算制約 (賦課方式)

$$\tau w_t (n_t^Y \mu_t + n_t^M \mu_{t-1}) = ss_t \mu_{t-2}$$

# ライフサイクルモデル

- $t$  期世代の目的関数

$$\max \sum_{j=1}^T \beta^{j-1} \Pi_{i=1}^j s_i u(c_{j,t+j-1})$$

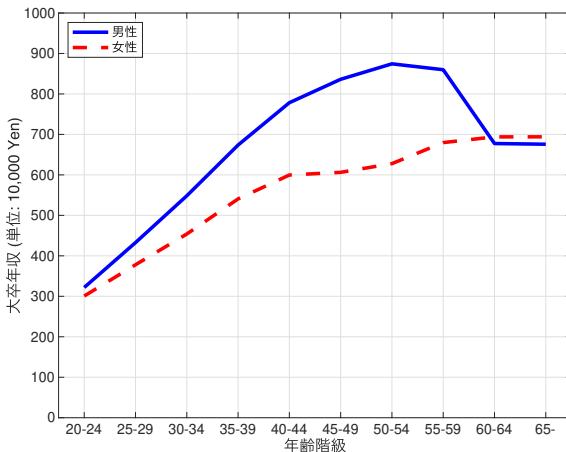
- 予算制約

$$c_{j,t} + a_{j+1,t+1} = (1 - \tau_t) w_t \eta_j n_{j,t} + (1 + r_{t+1}) a_{j,t}, \text{ if } j \leq jr,$$

$$c_{j,t} + a_{j+1,t+1} = ss_t + (1 + r_{t+1}) a_{j,t}, \text{ if } j > jr.$$

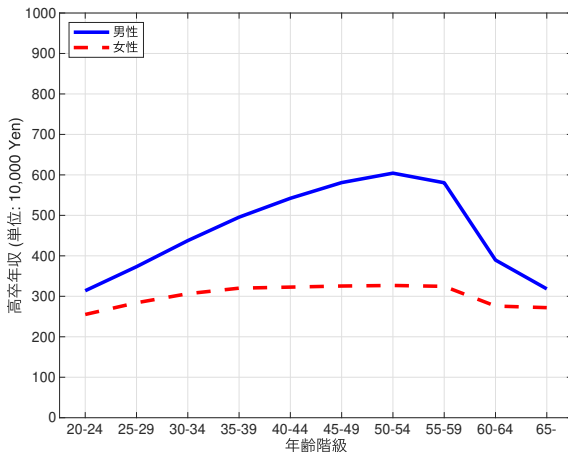
- $jr$  : 定年年齢、 $\{\eta\}_{j=1}^{jr}$  : 年齢毎の労働生産性

# 年齢毎の所得プロフィール：大卒



- 賃金構造基本統計調査より作成

# 年齢毎の所得プロフィール：高卒



- 賃金構造基本統計調査より作成

# ライフサイクルモデル (続き)

- 生産サイド
  - 総資本： $\sum_{j=1}^J a_{j,t} = K_t$
  - 総労働： $\sum_{j=1}^{jr} n_{j,t} = L_t$

- 生産に投入

$$Y_t = A_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha}$$

- 政府の予算制約 (賦課方式)

$$\tau_t w_t \sum_{j=1}^{jr} n_{j,t} \mu_{j,t} = \sum_{j=jr+1}^J ss_t \mu_{j,t}$$

# 動的計画法

- $t$  期におけるベルマン方程式

$$V(a_{j,t}) = \max \{ u(c_{j,t}) + \beta s_j V(a_{j+1,t+1}) \}$$

- $a_{j,t}$  : 状態変数 (state variable)
- 予算制約

$$c_{j,t} + a_{j+1,t+1} = (1 - \tau_t)y_{j,t} + (1 + r_{t+1})a_{j,t},$$

$$y_{j,t} = \begin{cases} w_t \eta_j n_{j,t} & \text{if } j \leq j_r \\ ss_t & \text{if } j > j_r \end{cases}$$

- $V(a_{j,t})$  : 価値関数 (value function)



## 動的計画法 (続き)

- $t + 1$  期におけるベルマン方程式

$$V(a_{j+1,t+1}) = \max \{ u(c_{j+1,t+1}) + \beta s_j V(a_{j+2,t+2}) \}$$

- 予算制約

$$c_{j+1,t+1} + a_{j+2,t+2} = (1 - \tau_{t+1})y_{j+1,t+1} + (1 + r_{t+2})a_{j+1,t+1},$$

$$y_{j,t} = \begin{cases} w_{t+1}\eta_{j+1}n_{j+1,t+1} & \text{if } j + 1 \leq jr \\ ss_{t+1} & \text{if } j + 1 > jr \end{cases}$$

# ライフサイクルモデルのバリエーション

- 労働供給

$$u(c, \ell) = \frac{[c^\gamma \ell^{1-\gamma}]^{1-\nu}}{1-\nu}$$

- 健康状態 : French and Jones (2011, ECTA)

$$\ell = 1 - n - \psi_H H,$$

$$H = 1 \text{ if health=bad.}$$

- 遺産動機 : De Nardi (2004, REStud)

$$V_{j,t}(a) = \max \{ u(c) + \beta [s_j V_{j+1,t+1}(a') + (1 - s_j) b(a')] \}$$

- $b(a')$  : 遺産動機

# ライフサイクルモデルのバリエーション (続き)

- 消費税導入 : Kitao (2011, JER)

$$(1 + \tau^c)c + a' = (1 - \tau^{ss})w\eta n + (1 + r)a$$

- 累進課税 : Heathcote et al. (2014, AER)

$$c + a' = \tilde{y} + (1 + r)a,$$

$$y = w\eta n,$$

$$\tilde{y} = \lambda(y)^{1-\tau}$$

- 医療・介護

$$c + a' = (1 - \tau^{ss})w\eta n + (1 + r)a - m$$

# どうやって解くか?

- ライフサイクルモデルに現実的な要素をどんどん導入
  - 手で“解く”ことが出来なくなる
- 数値計算 (numerical method) によって近似的に解く
  - マクロ・ミクロ経済学や計量経済学で学んだ方法とは異なる
    - ニュートン法 etc.
  - 決して数学的に高度というわけではない

# 数値計算

- 近年のマクロ経済学で頻繁に用いられる
  - ゲーム理論などの数値計算もあるのでマクロ限定ではない
- **カリブレーション (Calibration)**
  - モデルを数値的に解くので定性的な性質だけでなく定量的な分析も可能
  - パラメータ (効用関数、労働生産性など) を現実とマッチするように設定
- 構造推定
  - マクロ・マイクロデータからディープパラメータを推定

# プログラミング言語

- お手軽に使えるパッケージは“ない”
  - 統計・計量経済学：Stata、EViews、Gretl
  - Dynare?
    - <http://www.dynare.org/>
- OLG モデル：自分で 1 から書かないといけない！

注意：緑文字はハイパーリンクになっています

# プログラミング言語 (続き)

- 何から始めればよいのか?
  - Aruoba and Fernandez-Villaverde (2015, JEDC)
    - プログラミング言語の比較
- C/C++/Fortran
  - 高速、様々なライブラリ (IMSL、NAG)
  - 敷居が高い
- Matlab
  - 初心者にはやさしい UI
  - 有料
- R
  - 無料、様々なライブラリ (主に統計向け)、RStudio が使える
  - 遅い

# プログラミング言語 (続き)

- Python

- 最近、流行りの言語
- 人工知能 (機械学習・深層学習) にも頻繁に使われる
- Anaconda(jupyter、Spyder 込み)、PyCharm など便利
- QuantEcon : <https://lectures.quantecon.org/>

- Julia

- 最近開発された言語、高速
- JuliaPro が RStudio ライクに使える
- まだ開発途中の部分が多々あり



# 次回：2 期間モデルを実際に解いてみる

## 参考文献

- Lise, Jeremy, Nao Sudo, Michio Suzuki, Ken Yamada and Tomoaki Yamada (2014): “Wage, Income and Consumption Inequality in Japan, 1981–2008: From boom to Lost Decades,” *Review of Economic Dynamics*, 17, 582-617.
- トマ・ピケティ (2014) 『21 世紀の資本』 みずす書房

## 参考文献：代表的個人モデル

- Huang, Chi-fu, and Robert H. Litzengerger (1988): *Foundations for Financial Economics*, Elsevier.
- 加藤涼 (2006) 『現代マクロ経済学講義』 東洋経済新報社

## 参考文献：世代重複モデル

- Azariadis, Costas (1993): *Intertemporal Macroeconomics*, Wiley-Blackwell.
- Barro, Robert (1974): "Are Government Bonds Net Wealth?," *Journal of Political Economy*, 82, 1095-1117.
- Farmer, Roger E.A. (1999): *Macroeconomics of Self-fulfilling Prophecies*, The MIT Press.
- Song, Zheng, Kjetil Storesletten and Fabrizio Zilibotti (2012): "Rotten Parents and Disciplined Children: A Politico-economic Theory of Public Expenditure and Debt," *Econometrica*, 80, 2785-2803.
- Tvede, Mich (2010): *Overlapping Generations Economies*, Palgrave.

## 参考文献：数値計算

- Aruoba, S. Boragan and Jesus Fernandez-Villaverde (2015): “A Comparison of Programming Languages in Macroeconomics,” *Journal of Economic Dynamics and Control* , 58, 265-273.
- Heer, Burkhard and Alfred Maussner (2009): *Dynamic General Equilibrium Modeling: Computational Methods and Applications*, Springer.
- Judd, Kenneth L. (1998): *Numerical Methods in Economics*, The MIT Press.
- Miranda, Mario J. and Paul Fackler (2004): *Applied Computational Economics and Finance*, The MIT Press.